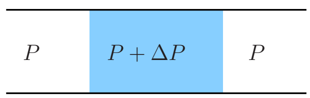
FIS00183 - Física III-C - Aula 23

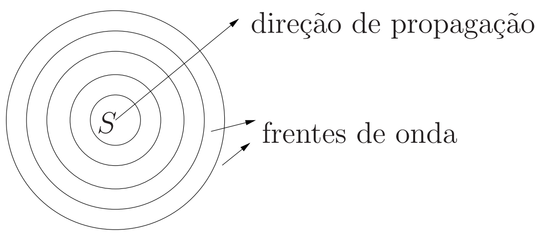
Jeferson J. Arenzon – 27 de outubro de 2020

Ondas Sonoras

Ondas longitudinais são aquelas onde os elementos do meio elástico oscilam ao longo da mesma direção em que a onda se propaga. No caso de ondas como as do som ou as que podem ocorrer numa mola, um **pulso** é uma perturbação na densidade que se propaga, criando zonas de compressão e descompressão.



Quando este pulso se propaga no espaço 3d a partir de uma fonte S, as **frentes** de onda (superfícies nas quais as oscilações do ar, devidas à onda, têm o mesmo valor) se afastam, seguindo uma direção de propagação radial.



Quando estamos próximos à fonte, as frentes de onda são **esféricas** (3d). Se estamos bastante afastados, podemos aproximá-las por **planos**.

Analogamente às ondas transversais, podemos mostrar que também neste caso a velocidade da onda está associada às propriedades inerciais e elásticas do meio no qual ela se propaga. No caso das ondas transversais:

$$v = \sqrt{\frac{\tau}{\mu}} = \sqrt{\frac{\text{elásticas}}{\text{inerciais}}}.$$

No caso das ondas sonoras em um fluido, a equação equivalente é

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}} \tag{93}$$

onde B, o **módulo de elasticidade** (o inverso da compressibilidade), nos informa como o volume do sistema responde a uma variação de pressão: quanto maior for B, maior deve ser a pressão para produzir a mesma variação de volume. Por exemplo, $B_{\text{água}} > B_{\text{ar}}$. Ou seja, B é definido como o coeficiente de proporcionalidade entre a variação de pressão e a variação de volume:

$$\Delta P = -B\frac{\Delta V}{V}$$

ou seja:

$$B = -V\frac{\Delta P}{\Delta V} \to -V\frac{dP}{dV}.$$

Ou, usando que $\rho = m/V$:

$$d\rho = -m\frac{dV}{V^2} = -\rho\frac{dV}{V}$$

Assim:

$$B = -\frac{dP}{-d\rho/\rho} = \rho\frac{dP}{d\rho}$$

Podemos, portanto, escrever v como:

$$\boxed{v_{som} = \sqrt{\frac{\partial P}{\partial \rho}}} \tag{94}$$

Consideremos que o meio seja um gás ideal. Newton propôs que o processo de propagação do som fosse isotérmico. Neste caso[109]:

$$P = \frac{mRT}{MV} = \frac{\rho RT}{M} \to \frac{\partial P}{\partial \rho} = \frac{RT}{M} \to v = \sqrt{\frac{RT}{M}} \simeq 289.9\,\mathrm{m/s}.$$

Este valor está bem abaixo do valor experimental. Laplace sugeriu que a compressão, por ser muito rápida, deve ser considerada como um **processo adiabático**. Neste caso, $PV^\gamma = \text{cte}$. Assim:

$$P = b\rho^\gamma \to \frac{\partial P}{\partial \rho} = b\gamma\rho^{\gamma-1} = \frac{\gamma P}{\rho}.$$

E:

$$v_{\text{som}} = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}.$$

Podemos estimar este valor: $v_{\text{som}} = 343\,\mathrm{m/s}$. A equação acima também permite, a partir da medida da velocidade do som, estimar, por exemplo, o valor de γ.

Vamos considerar uma onda senoidal através do ar, então a oscilação **longitudinal** dos elementos do ar é descrita por

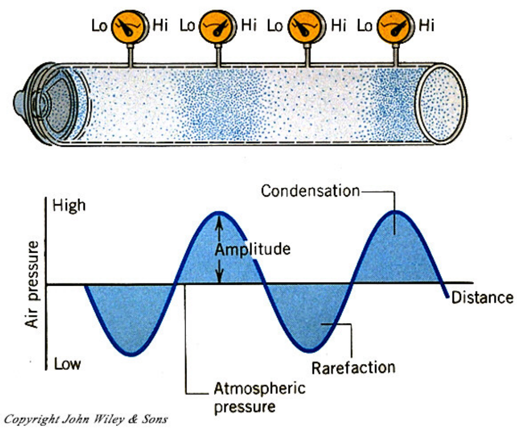
$$s(x,t) = s_0\cos(kx - \omega t) \tag{95}$$

onde $s(x,t)$ é o deslocamento da posição de equilíbrio e s_m é a amplitude ($s_0 \ll \lambda$).

Pode-se mostrar que a pressão no ponto x varia senoidalmente:

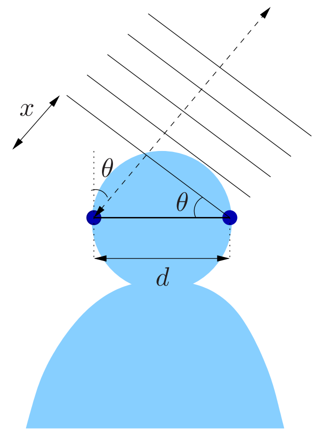
$$\Delta P(x,t) = v\rho\omega s_0\sin(kx - \omega t), \tag{96}$$

[109] Consideramos que a massa molecular média do ar é $28.8\,\mathrm{g/mol}$, que $\gamma = 1.4$ (moléculas diatômicas) e que a temperatura é $273\,\mathrm{K}$.



Ou seja, há uma defasagem de $\pi/2$ em relação a $s(x,t)$. Nos pontos de máximo deslocamento teremos poucas partículas e, portanto, uma menor pressão. Por outro lado, nos pontos de mínimo deslocamento ainda teremos as partículas provenientes das zonas de menor pressão, o que aumenta a pressão nestes pontos. Assim, quando $\Delta P > 0$ temos uma compressão, ao passo que se $\Delta P < 0$, temos uma expansão. $\Delta P = 0$ quando $s = s_0$.

Exemplo 53: Uma maneira que nosso cérebro calcula orientações é pela diferença Δt no tempo que um sinal sonoro leva para chegar aos dois ouvidos. Seja d a distância entre os ouvidos e que a distância até a fonte seja tão grande que a onda pode ser considerada plana.



$$\Delta t = \frac{x}{v} = \frac{d\sin\theta}{v}$$

onde v é a velocidade do som no ar, $v = 343\,{}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}$. Agora mergulhamos em água a 20°C ($v_A = 1482\,{}^{\mathrm{m}}/_{\mathrm{s}}$ e a fonte está exatamente a nossa direita. De onde parece vir o som?

Agora $\theta = \pi/2$ e:

$$\Delta t_A = \frac{d}{v_A}$$

Mas o cérebro processa como se fosse no ar:

$$\Delta t_A = \Delta t \rightarrow \frac{d}{v_A} = \frac{d\sin\theta}{v} \rightarrow \sin\theta = \frac{v}{v_A} \rightarrow \theta \simeq 13^{\mathrm{o}}$$
