Aula 3b -Ondas

- Energia em sistemas oscilatórios
- Energia potencial e energia total na onda progressiva na corda
- Dedução da Equação da Onda 1D

A ENERGIA DE UMA ONDA PROGRESSIVA NUMA CORDA

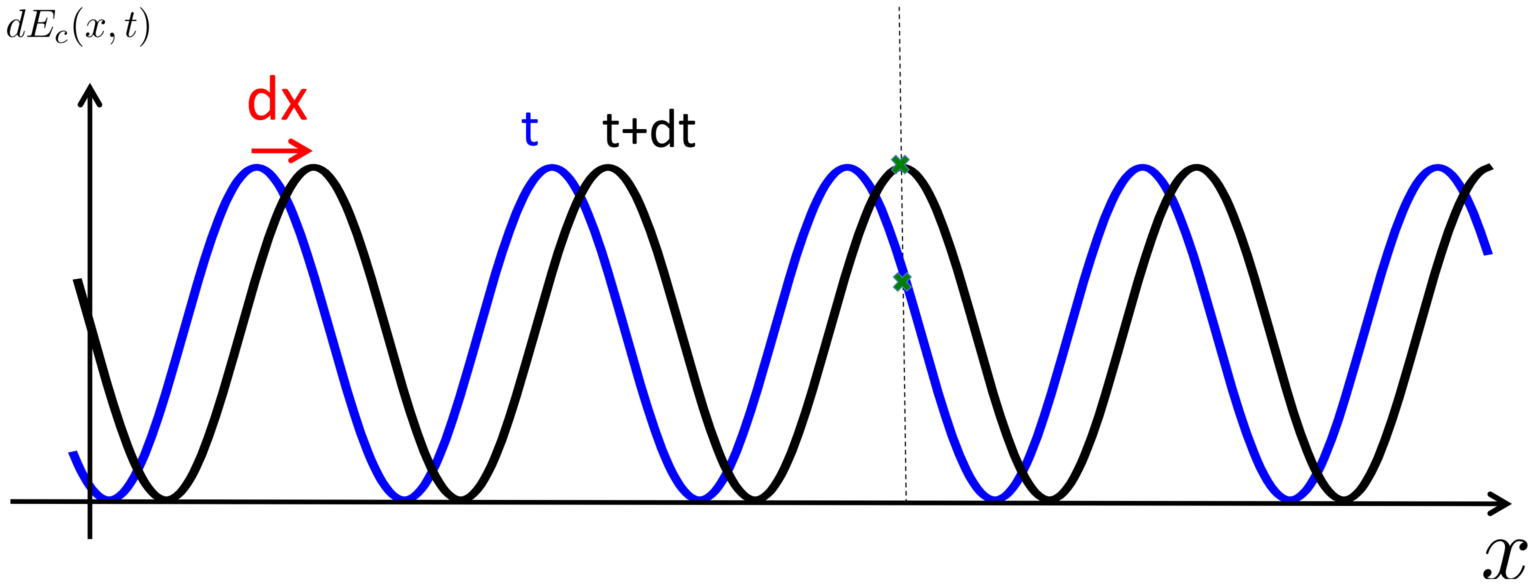
Parte de Energia Cinética

Potência instantânea de origem cinética

$$P_c(x,t) = \frac{1}{2}\mu\ v\ \omega^2\ A^2\ \cos^2(kx - \omega t + \phi)$$

Potência média de origem cinética

$$\overline{P_c} = \frac{1}{4}\mu\ v\ \omega^2\ A^2$$



A ENERGIA DE UMA ONDA PROGRESSIVA NUMA CORDA

Parte de Energia Cinética

Potência instantânea de origem cinética

$$P_c(x,t) = \frac{1}{2}\mu\ v\ \omega^2\ A^2\ \cos^2(kx - \omega t + \phi)$$

Potência média de origem cinética

$$\overline{P_c} = \frac{1}{4}\mu\ v\ \omega^2\ A^2$$

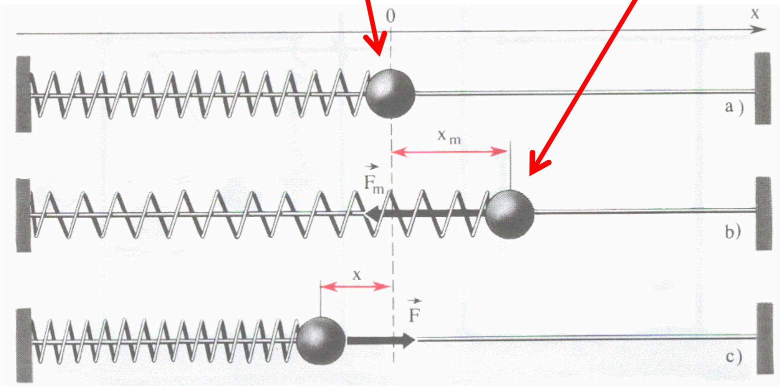
Parte de Energia Potencial ?

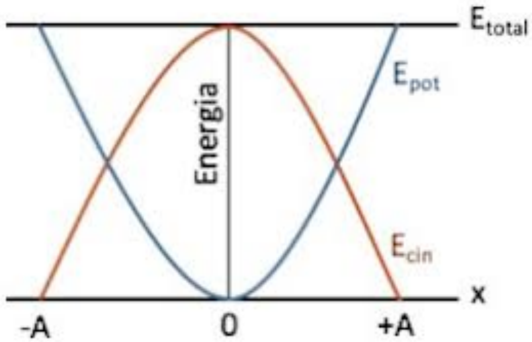
A ENERGIA NA OSCILAÇÃO DO SISTEMA MASSA+MOLA

Como se comportam a energia cinética e potencial num sistema oscilatório como o sistema massa + mola ou um pêndulo ?

potencial mínima
cinética máxima

potencial mínima
cinética máxima





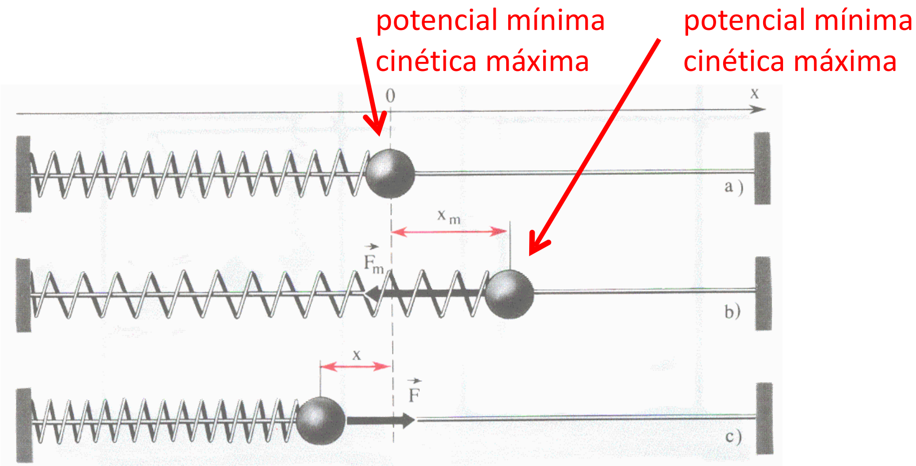
No sistema massa+mola sem atrito a energia se conserva, logo a soma da energia potencial e cinética é uma constante.

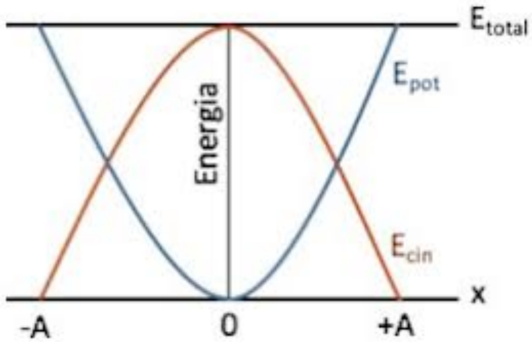
$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = E_{total}\ \cos^2(\omega t)$$

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 = E_{total}\ \sin^2(\omega t)$$

A ENERGIA NA OSCILAÇÃO DO SISTEMA MASSA+MOLA

Como se comportam a energia cinética e potencial num sistema oscilatório como o sistema massa + mola ou um pêndulo ?





No sistema massa+mola sem atrito a energia se conserva, logo a soma da energia potencial e cinética é uma constante.

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = E_{total}\ \cos^2(\omega t) \qquad\qquad E_p = \frac{1}{2}kx^2 = E_{total}\ \sin^2(\omega t)$$

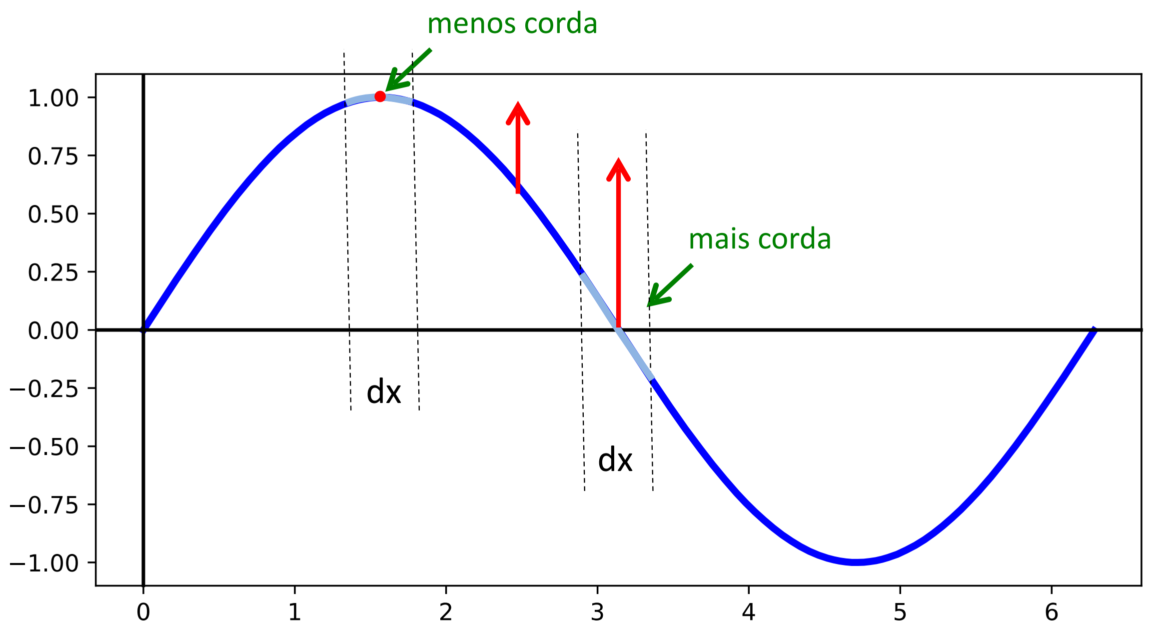
Lembre que $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$ logo $E_c + E_p = E_{total}$ = constante

A ENERGIA DE UMA ONDA PROGRESSIVA NUMA CORDA

Energia Potencial

Será que a energia potencial de uma onda na corda se opõe à energia cinética como no sistema massa mola ou no pêndulo?

E a potencial tem a ver com quanto a corda está esticada
(e não o quanto ela está longe da posição de equilíbrio)



A ENERGIA DE UMA ONDA PROGRESSIVA NUMA CORDA

Energia Potencial

Será que a energia potencial de uma onda na corda se opõe à energia cinética como no sistema massa mola ou no pêndulo?

Não, a energia potencial tem a ver com quanto a corda está esticada e não o quanto ela está longe da posição de equilíbrio. E pelo argumento anterior elas variam juntas.

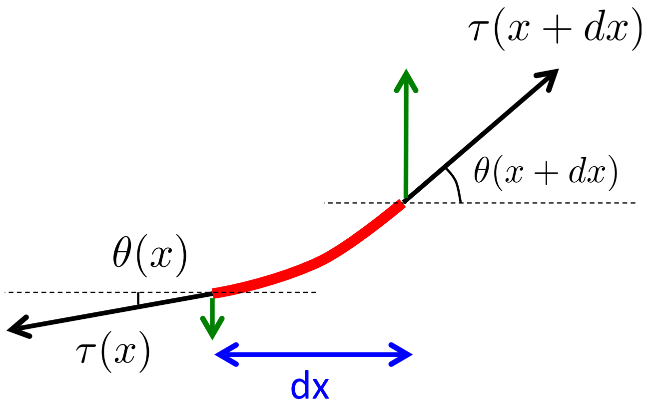
De fato a energia potencial da corda é exatamente igual a energia cinética (Não provarei). É pulsada e está em fase com ela. Portanto a potência média total de uma onda numa corda é

$$\boxed{\overline{P_{total}} = \frac{1}{2}\,\mu\, v\, \omega^2\, A^2}$$

Observe que devido as igualdades $v^2 = \frac{\tau}{\mu}$ e $v = \frac{\omega}{k}$ esta fórmula pode ser escrita de diferentes formas, por exemplo

$$\boxed{\overline{P_{total}} = \frac{1}{2}\,\tau\, v\, k^2\, A^2}$$

DEDUÇÃO DA ONDA NA CORDA



Um elemento da corda estará sujeito a uma força resultante sempre que houver uma curvatura na corda. Neste caso

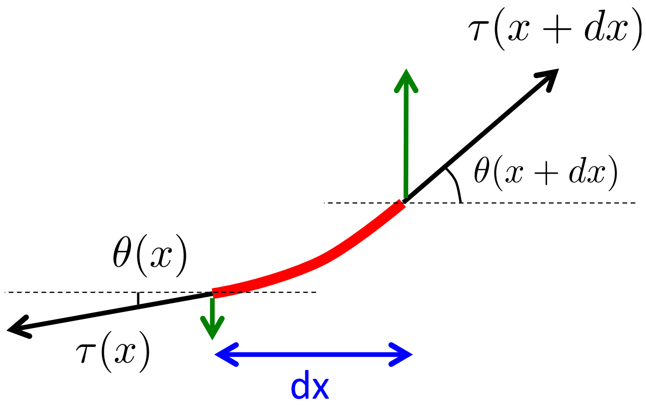
$$\tau\sin(\theta(x+dx)) - \tau\sin(\theta(x)) = dm\, a_y$$

No primeiro quadrante

$$\sin(\theta) = \frac{\tan(\theta)}{\sqrt{1+\tan^2(\theta)}}$$

Para pequenos deslocamentos da corda $\tan(\theta) << 1 \longrightarrow \sin(\theta) \simeq \tan(\theta)$

DEDUÇÃO DA ONDA NA CORDA



Um elemento da corda estará sujeito a uma força resultante sempre que houver uma curvatura na corda. Neste caso

$$\tau \sin(\theta(x+dx)) - \tau \sin(\theta(x)) = dm\ a_y$$

No primeiro quadrante

$$\sin(\theta) = \frac{\tan(\theta)}{\sqrt{1+\tan^2(\theta)}}$$

Para pequenos deslocamentos da corda $\tan(\theta) << 1 \longrightarrow \sin(\theta) \simeq \tan(\theta)$

Então como $\tan(\theta) = \dfrac{dy}{dx}$, a equação da força resultante fica

$$\tau \left(\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x+dx} - \left.\frac{dy}{dx}\right|_{x} \right) = dm\ a_y$$

Usando $dm = \mu\ dx$ resulta

$$\boxed{\tau \frac{d^2y}{dx^2} = \mu \frac{d^2y}{dt^2}}$$