

Aula 3a -Ondas

- A dinâmica dos elementos de massa numa corda
- Energia cinética numa onda progressiva na corda

A DINÂMICA DOS ELEMENTOS DE MASSA DA CORDA

A dinâmica dos elementos de massa de uma corda podem ser facilmente obtidos da sua equação de movimento.

Deslocamento no ponto (x,t)

$$y(x, t) = A \sin(kx - \omega t + \phi)$$

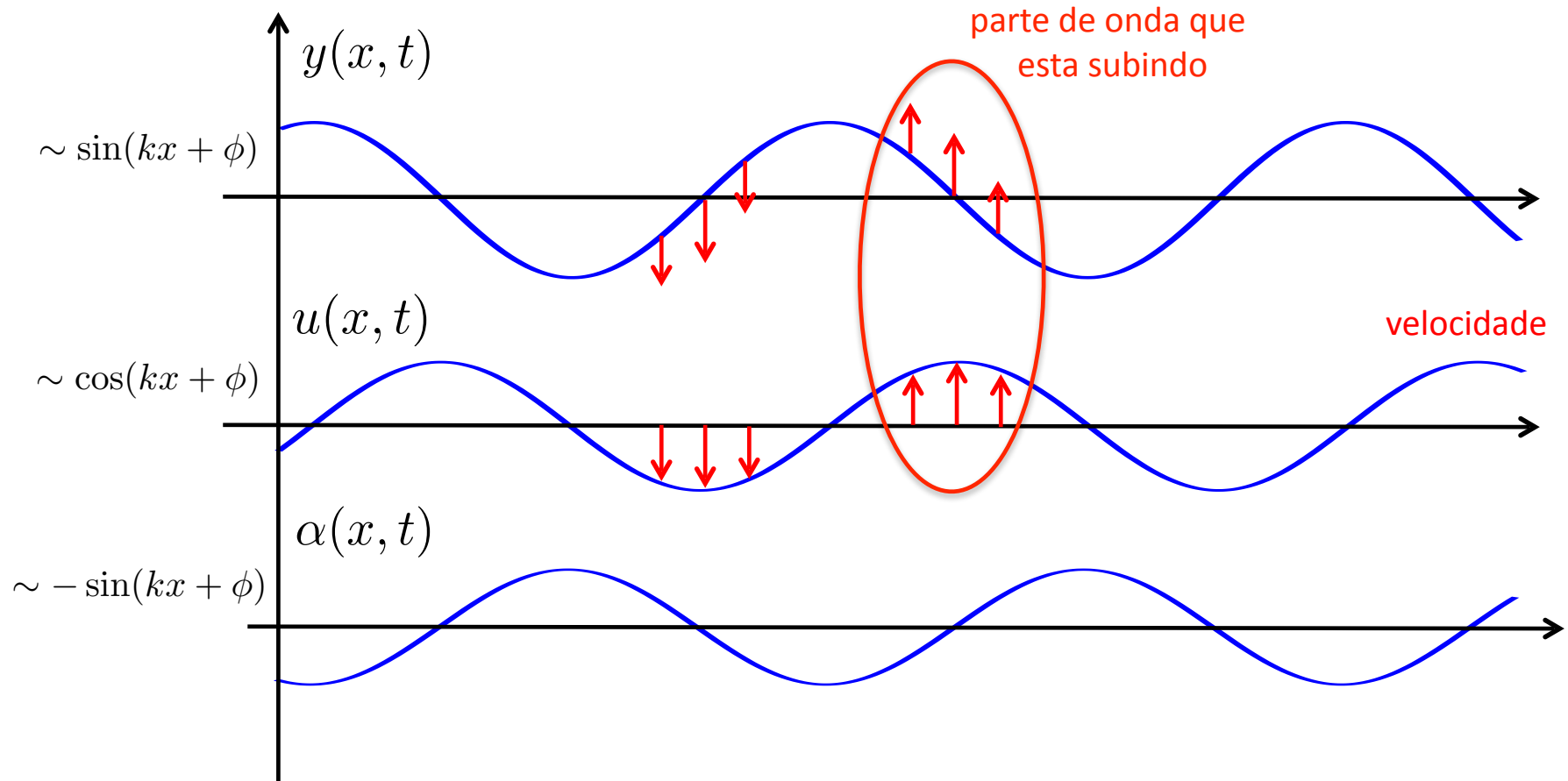
Velocidade no ponto (x,t)

$$u(x, t) = \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} = -\omega A \cos(kx - \omega t + \phi)$$

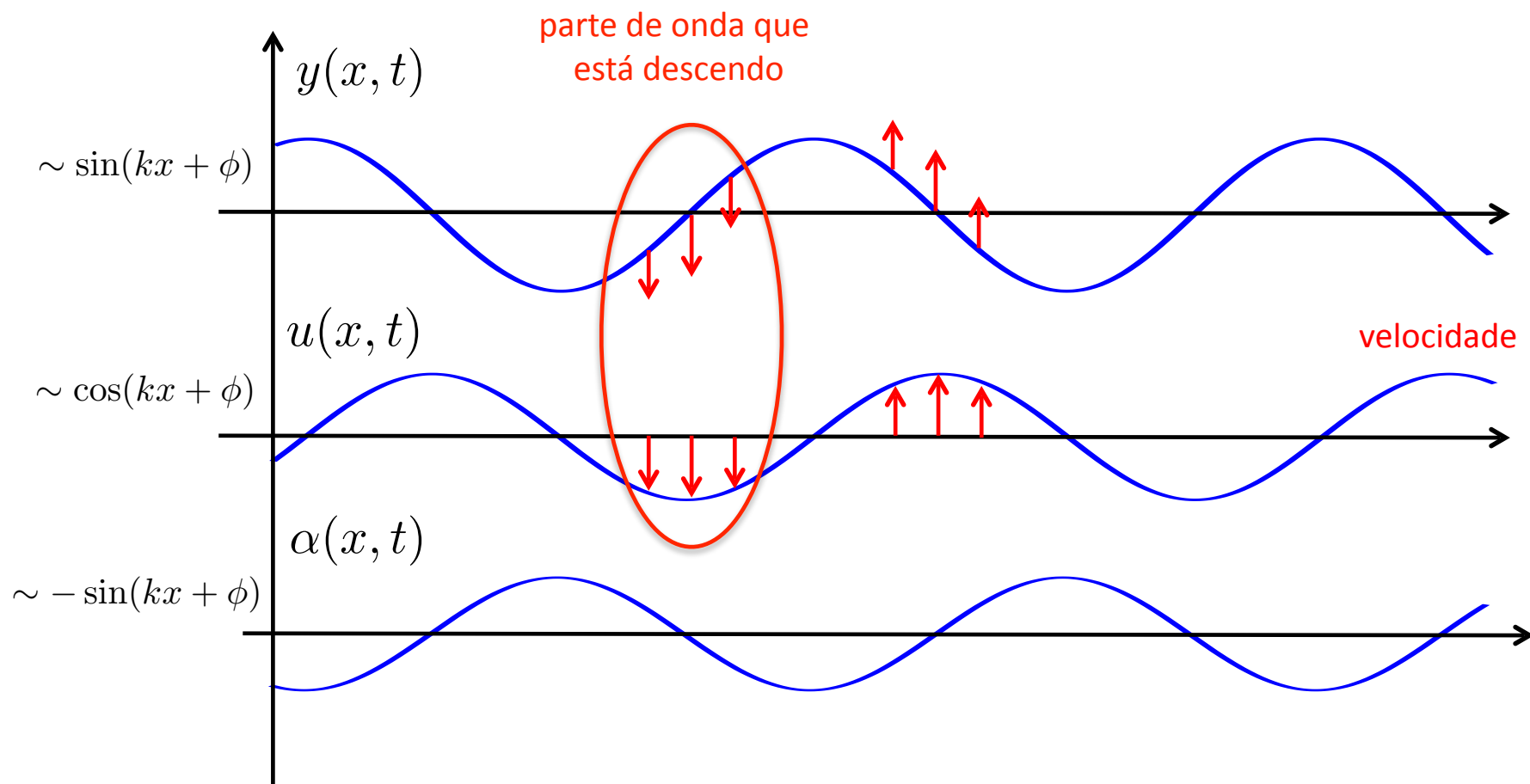
Aceleração no ponto (x,t)

$$\alpha(x, t) = \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} = -\omega^2 A \sin(kx - \omega t + \phi)$$

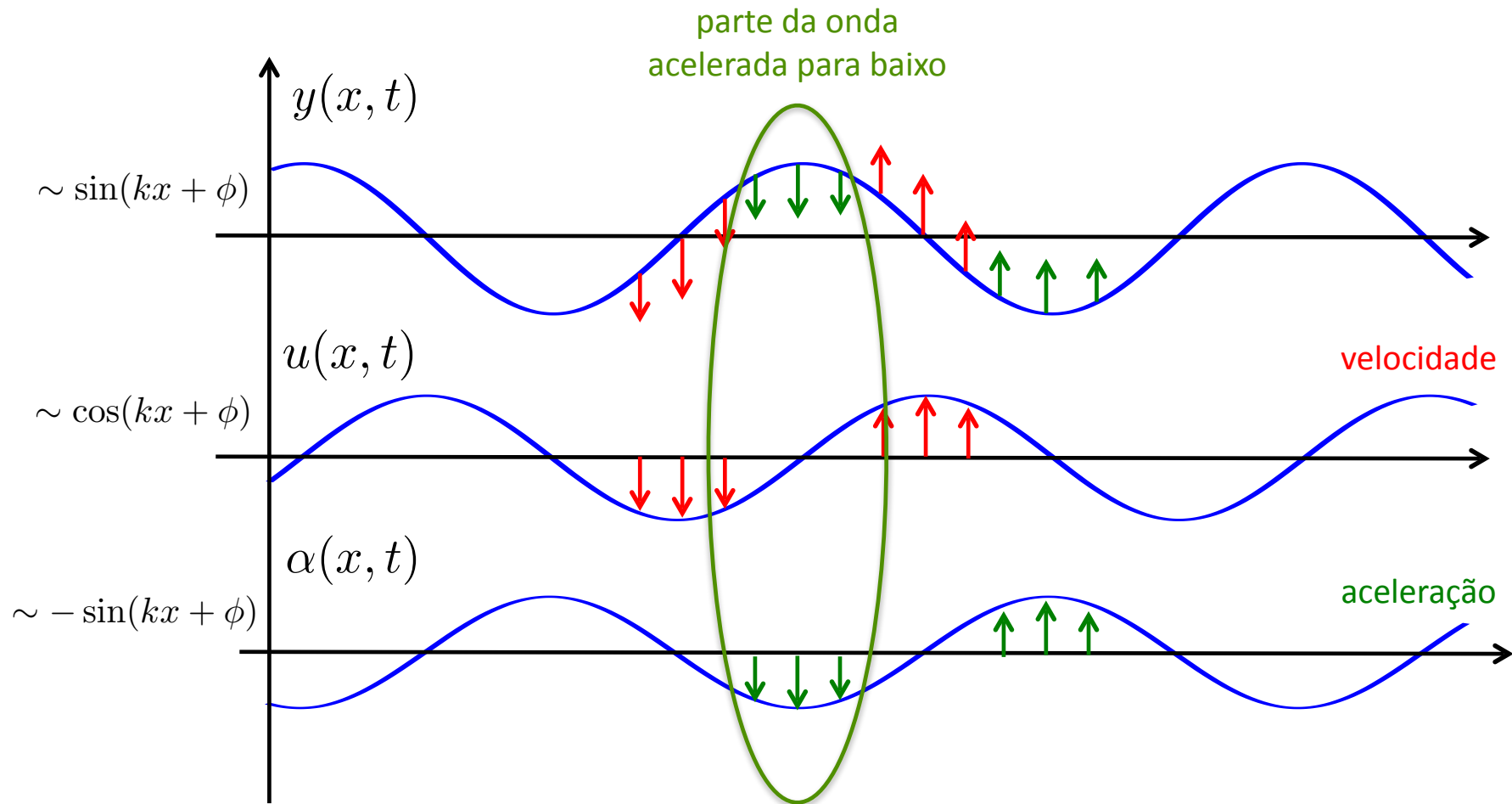
A VELOCIDADE DOS ELEMENTOS DE MASSA DA CORDA



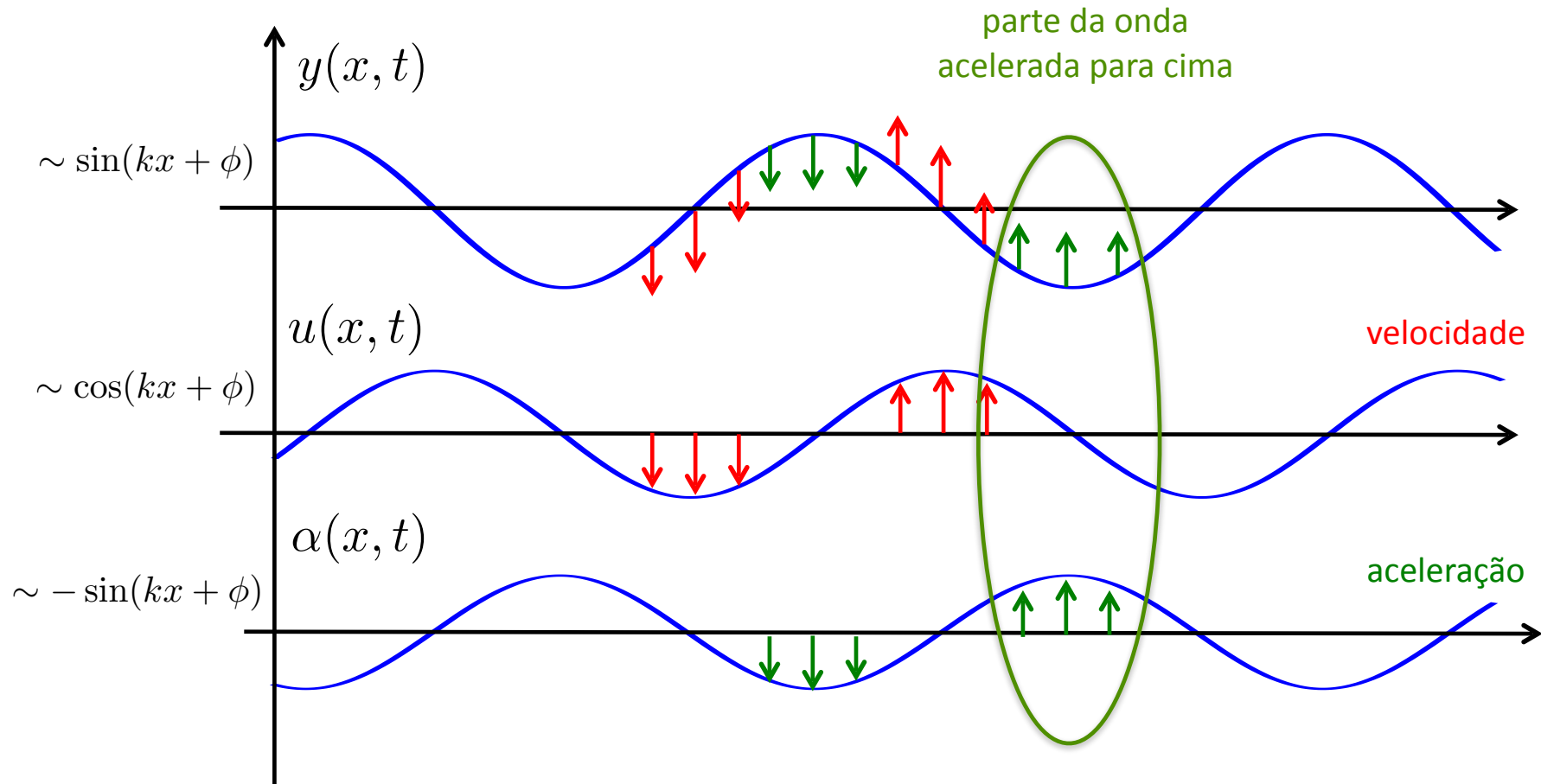
A VELOCIDADE DOS ELEMENTOS DE MASSA DA CORDA



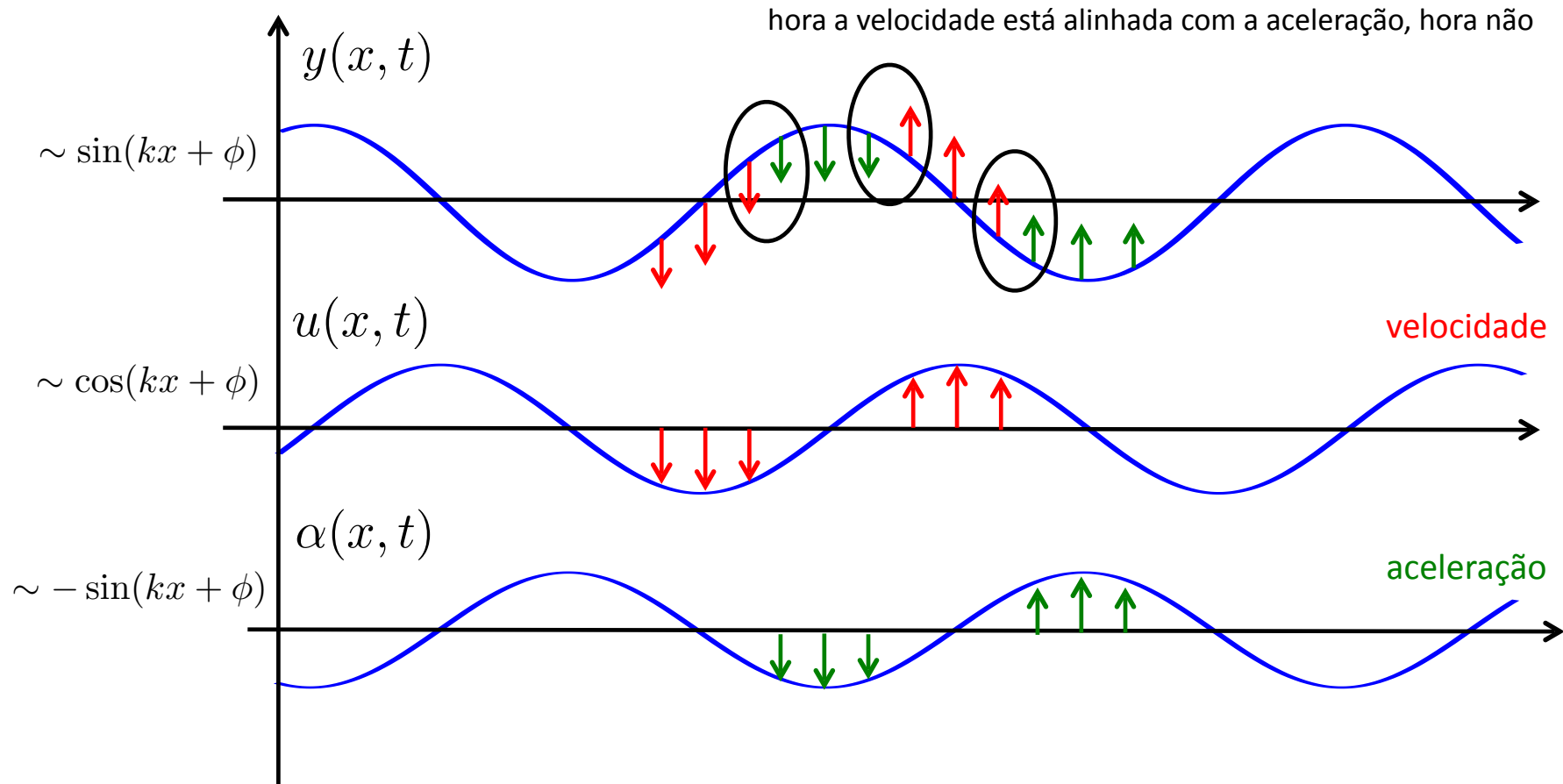
A VELOCIDADE DOS ELEMENTOS DE MASSA DA CORDA



A VELOCIDADE DOS ELEMENTOS DE MASSA DA CORDA



A VELOCIDADE DOS ELEMENTOS DE MASSA DA CORDA

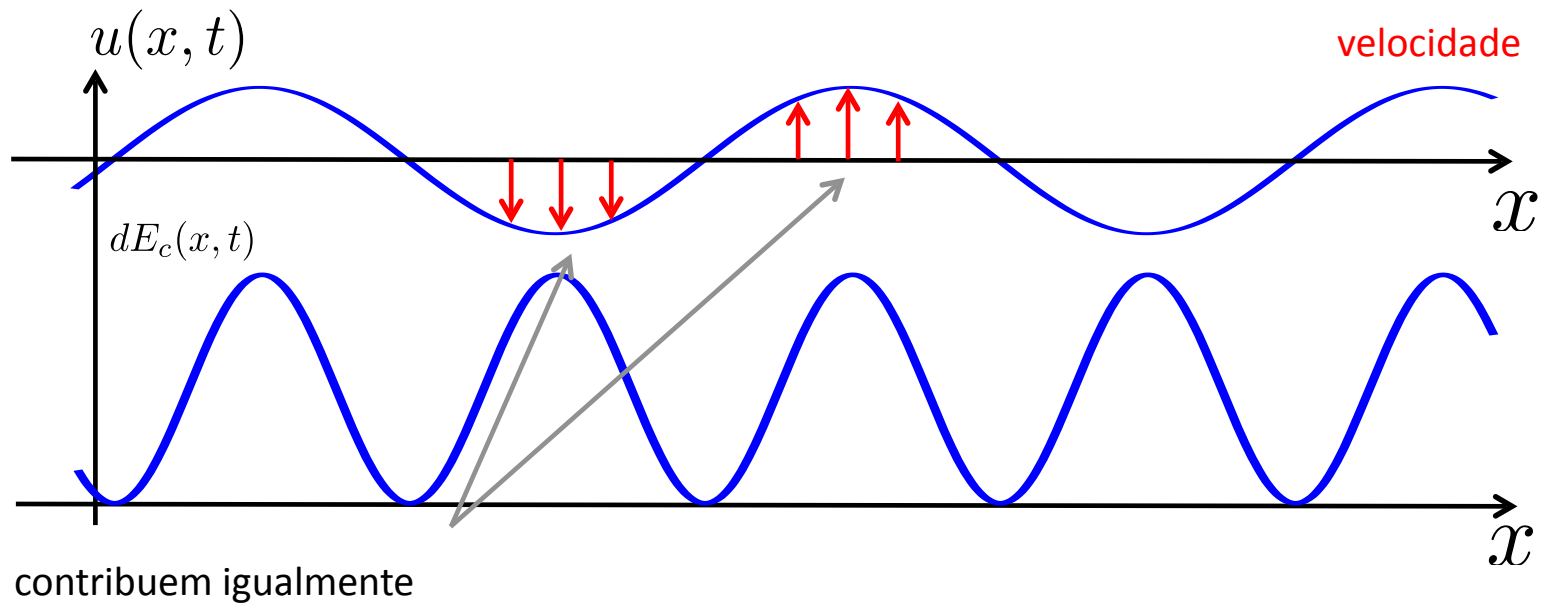


A ENERGIA DE UMA ONDA PROGRESSIVA NUMA CORDA

Energia Cinética

Parte da energia é na forma de energia cinética dos elementos de massa da corda
Se consideramos os elementos de massa diferenciais em uma posição entre x e $x+dx$
a energia cinética (também diferencial) neste ponto da corda é

$$dE_c(x, t) = \frac{1}{2} dm u(x, t)^2$$



A ENERGIA DE UMA ONDA PROGRESSIVA NUMA CORDA

Energia Cinética

Cada pedaço diferencial da corda tem uma energia cinética diferencial

$$dE_c(x, t) = \frac{1}{2} dm u(x, t)^2$$

Usando a expressão da velocidade de um ponto na corda

$$u(x, t) = \frac{\partial y(x, t)}{\partial t} = -\omega A \cos(kx - \omega t + \phi)$$

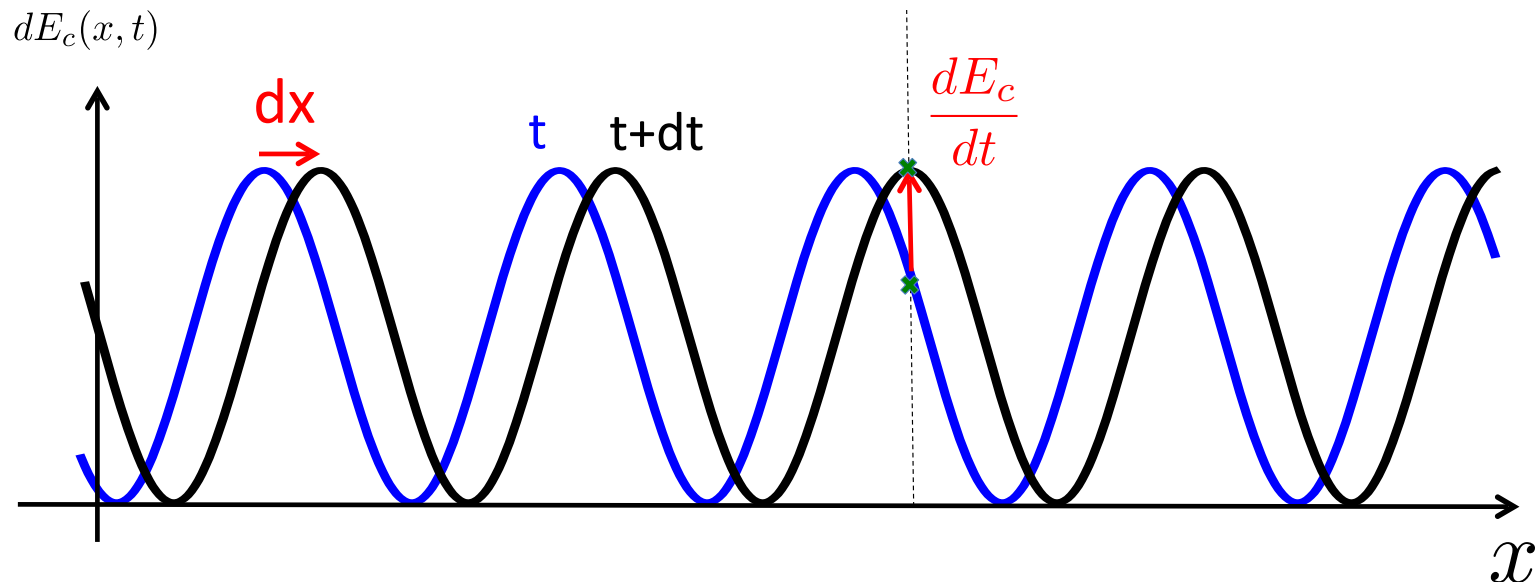
e o fato que $dm = \mu dx$, obtemos

$$dE_c(x, t) = \frac{1}{2} \mu dx \omega^2 A^2 \cos^2(kx - \omega t + \phi)$$

 esta é a energia cinética entre x e $x+dx$ na corda

A ENERGIA DE UMA ONDA PROGRESSIVA NUMA CORDA

Energia Cinética é uma onda pulsando com o dobro da frequência da onda original

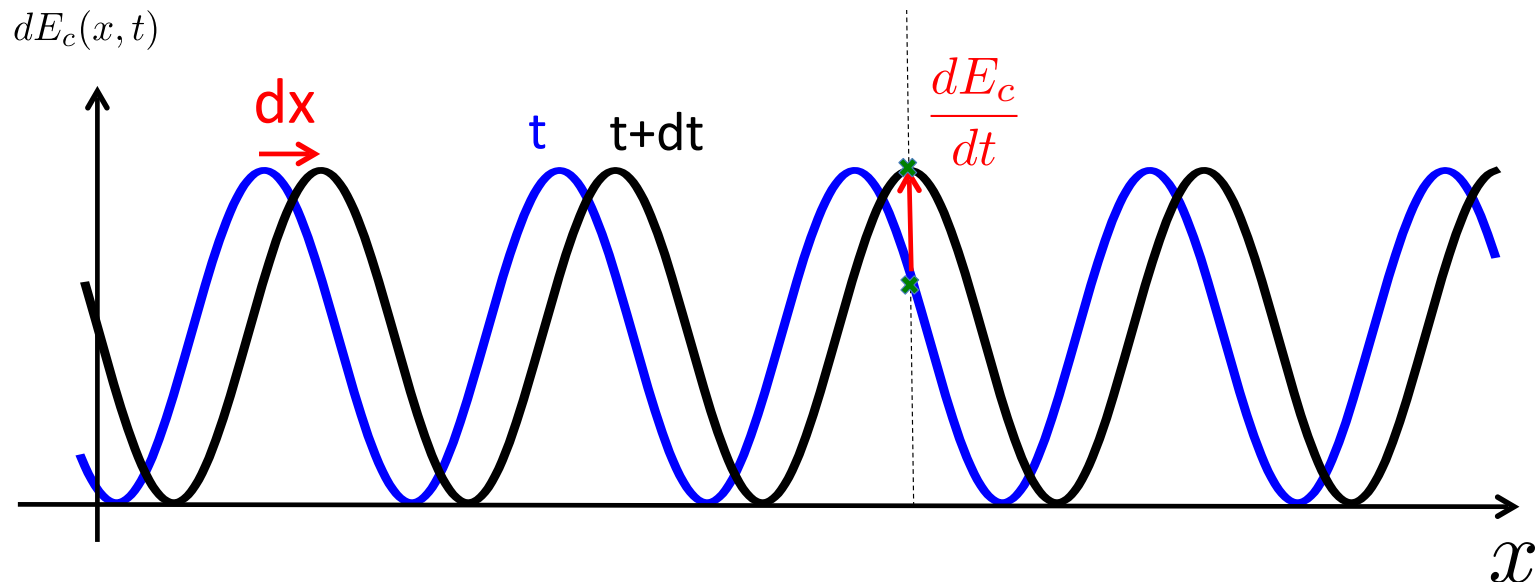


A taxa com que a energia passa no ponto x da corda é

$$\frac{dE_c(x, t)}{dt} = \frac{1}{2} \mu \frac{dx}{dt} \omega^2 A^2 \cos^2(kx - \omega t + \phi)$$

A ENERGIA DE UMA ONDA PROGRESSIVA NUMA CORDA

Energia Cinética é uma onda pulsando com o dobro da frequência da onda original



Usando o fato que $v = dx/dt$ podemos escrever

$$\frac{dE_c(x, t)}{dt} = \frac{1}{2} \mu v \omega^2 A^2 \cos^2(kx - \omega t + \phi)$$

A ENERGIA DE UMA ONDA PROGRESSIVA NUMA CORDA

Energia Cinética

Então a potência de origem cinética num ponto da corda no instante t é

$$P_c(x, t) = \frac{dE_c(x, t)}{dt}$$
$$P_c(x, t) = \frac{1}{2} \mu v \omega^2 A^2 \cos^2(kx - \omega t + \phi)$$

Esta potência é pulsada. Se a frequência dos pulsos é alta é mais interessante calcular a potência média de origem cinética.

VALOR MÉDIO DE UMA FUNÇÃO PERIÓDICA

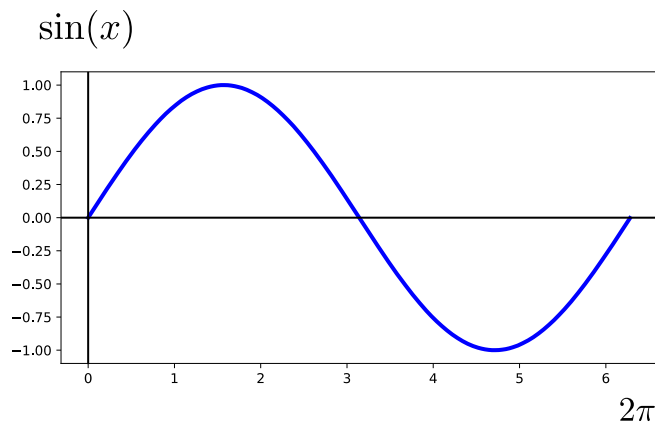
Média aritmética de um conjunto de valores f_i

$$\bar{f} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f_i$$

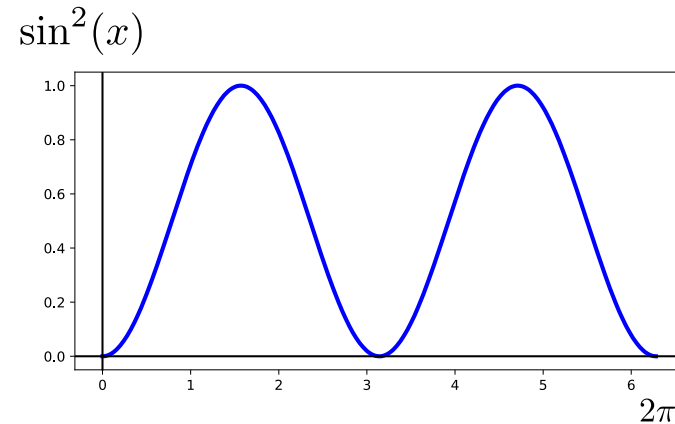
Média aritmética de um função contínua num Intervalo $[0, T]$

$$\bar{f} = \frac{1}{T} \int_0^T f(x) dx$$

Se a função é periódica de período T , esta média é chamada simplesmente de a **média da função**.



$$\overline{\sin(x)} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin(x) dx = 0 //$$



$$\overline{\sin^2(x)} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} [\sin(x)]^2 dx = \frac{1}{2} //$$

A ENERGIA DE UMA ONDA PROGRESSIVA NUMA CORDA

Energia Cinética

Então a potência de origem cinética num ponto da corda no instante t é

$$P_c(x, t) = \frac{dE_c(x, t)}{dt}$$
$$P_c(x, t) = \frac{1}{2} \mu v \omega^2 A^2 \cos^2(kx - \omega t + \phi)$$

Esta potência é pulsada. Se a frequência dos pulsos é alta é mais interessante calcular a potência média de origem cinética.

$$\overline{P}_c = \frac{1}{T} \int_0^T P_c(x, t) dt \quad \text{onde} \quad T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$\overline{P}_c = \frac{1}{4} \mu v \omega^2 A^2$$

A unidade de potência no SI é Watt (W).
Para obtermos esta unidade é importante
que todas as unidades estejam corretas.